

Francesco Cuzzucrea

La Valutazione delle Best Estimate Vita in Solvency II

Incontro Attuari Incaricati Vita
Milano, 23 Novembre 2011

La Direttiva 2009/138/CE: Best Estimate

Articolo 77:

- *“La Best Estimate corrisponde alla media dei flussi di cassa futuri ponderata con la probabilità, tenendo conto del valore temporale del denaro (valore attuale atteso dei flussi di cassa futuri) sulla base della pertinente struttura per scadenza dei tassi di interesse privi di rischio.”*
- *“Il calcolo della Best Estimate è basato su informazioni aggiornate e credibili e su ipotesi realistiche ed è realizzato utilizzando metodi attuariali e statistiche adeguati, applicabili e pertinenti.”*

Articolo 78:

- *“... le imprese di assicurazione ... tengono conto:*
 - 1) *di tutte le spese che saranno sostenute per far fronte alle obbligazioni di assicurazione ... ;*
 - 2) *dell'inflazione, compresa quella delle spese ... ;*
 - 3) *di tutti i pagamenti ai contraenti ed ai beneficiari, comprese le future partecipazioni agli utili a carattere discrezionale ...”*

Articolo 79:

- *“... le imprese di assicurazione ... tengono conto del valore delle garanzie finanziarie e di tutte le opzioni contrattuali incluse nelle polizze di assicurazione .”*

Altre Fonti (1 di 2)

- Considerazioni Iniziali Direttiva 2009/138/CE (54)
 - *“Il calcolo delle riserve tecniche dovrebbe essere coerente con la valutazione delle attività e delle altre passività, in linea con il mercato (Market Consistent) ... “*
- Ipotesi sottostanti il calcolo delle Technical Provisions (CP 39 paragrafo 3.9):
 - Ipotesi sottostanti il Modello Finanziario (CP 39 punto 3.258):
 - I prezzi di Modello degli Asset e delle Liability devono essere direttamente verificati sul Mercato (Market Consistent)
 - Arbitrage Free
 - I Mercati di Riferimento devono essere Profondi, Liquidi e Trasparenti (CP 39 punto 3.260)
- Validazione del Modello di Valutazione (CP 39 paragrafo 3.10):
 - Test di Martingalità per gli Scenari Economici (CP 39 punto 3.335):
 - Se gli Scenari sono Market Consistent, il Rendimento Atteso di tutti i Titoli è il Tasso Risk-Free

Altre Fonti (2 di 2)

- Technical Specifications QIS5 punto V.10
 - Nel caso in cui l'approccio Mark to Market non sia possibile, dovrebbero essere utilizzate tecniche tipo Mark to Model
- Valutazione delle Opzioni e delle Garanzie (CP 39 paragrafo 3.4):
 - In ordine di preferibilità (CP 39 punto 3.136)
 - Approccio Stocastico Market Consistent (Simulazione o Formule Chiuse)
 - Serie di Proiezioni Deterministiche opportunamente Probabilizzate
 - Valutazione Deterministica (compatibile con un Approccio Market Consistent)

La Direttiva 2009/138/CE: Funzione Attuariale

Articolo 48:

- *“Le imprese di assicurazione ... prevedono una funzione attuariale efficace che:*
- a) coordini il calcolo delle riserve tecniche;*
 - b) garantisca l’adeguatezza delle metodologie e dei modelli sottostanti utilizzati nonché delle ipotesi fatte nel calcolo delle riserve tecniche;*
 - c) valuti la sufficienza e la qualità dei dati utilizzati nel calcolo delle riserve tecniche;*
 - d) raffronti le migliori stime con i dati tratti dall’esperienza;*
 - e) informi l’organo amministrativo, direttivo o di vigilanza in merito all’affidabilità e all’adeguatezza del calcolo delle riserve tecniche;*
 - f) supervisioni il calcolo delle riserve tecniche nei casi di cui all’articolo 82 (applicazione di approssimazioni);*
- ...
- i) contribuisca ad applicare in modo efficace il sistema di gestione dei rischi di cui all’articolo 44, in particolare rispetto alla modellizzazione dei rischi sottesa al calcolo dei requisiti patrimoniali di cui al capo VI, sezioni 4 e 5 (SCR ed MCR) e rispetto alla valutazione di cui all’articolo 45 (ORSA).”*

Best Estimate delle Polizze Rivalutabili

- Il **portafoglio delle Polizze Rivalutabili** è considerato come un insieme di contratti finanziari indicizzati al rendimento, a costo storico, del portafoglio titoli della gestione separata sottostante
- Necessità di effettuare una valutazione di ALM Stocastico per valutare la Best Estimate delle Polizze Rivalutabili
- L'ipotesi di rischio neutralità consente di valutare in modo appropriato il costo delle Embedded Option delle Polizze Rivalutabili

Best Estimate delle Polizze Rivalutabili: Prestazioni (1 di 3)

$${}^sBE_0^P = \hat{E} \left\{ \sum_{t=1}^n {}^s p_{0,t-1} \cdot ({}_{x+t-1}q_{0,1} \cdot \widetilde{CM}_t + s_{t-1,t} \cdot \widetilde{CR}_t) \cdot \tilde{v}_t + {}^s p_{0,n} \cdot \widetilde{CS}_n \cdot \tilde{v}_n \right\}$$

$\widetilde{CM}_t = f(\tilde{C}_t) \Rightarrow$ Prestazione in Caso di Decesso al tempo t

$\widetilde{CR}_t = f(\tilde{C}_t) \Rightarrow$ Prestazione in Caso di Riscatto al tempo t

$\widetilde{CS}_n = f(\tilde{C}_n) \Rightarrow$ Prestazione a Scadenza n

$\tilde{v}_t = e^{-\int_0^t \tilde{r}_z dz} \Rightarrow$ Fattore di Sconto Stocastico

$\hat{E} \Rightarrow$ Media condizionata secondo la misura di probabilità risk-adjusted

$\tilde{C}_t \Rightarrow$ Capitale Rivalutato al tempo t

$$\tilde{C}_t = C_0 \cdot \prod_{k=1}^t (1 + \tilde{\rho}_k)$$

$$\tilde{\rho}_k = \frac{\text{Max}\{\text{Min}\{\text{retro} \cdot \widetilde{gs}_k, \widetilde{gs}_k - MT\}, MG\} - TT}{1 + TT}$$

Best Estimate delle Polizze Rivalutabili: Prestazioni (2 di 3)

$\widetilde{gs}_k \Rightarrow$ rendimento a costo storico della Gestione Separata nell'anno k

$$\widetilde{gs}_k = \frac{\Delta Ratei_k + Cedole_k + Scarti_k + PlusMinus_k + Minus Default_k}{Giacenza Media_k}$$

- Necessità di modellizzare il Portafoglio Titoli analiticamente per Singolo Titolo
- Dipendenza del Rendimento dal Mandato di Gestione
- Dipendenza del Rendimento dal Rischio di Credito sui Titoli
 - Tutte le componenti del Rendimento della Gestione Separata sono influenzate dal Rischio di Credito
- La Struttura di Sconto per il Pricing dei Titoli deve essere Market Consistent:
 - Risk Free
 - Spread Implicito (Modello Finanziario Puro)
 - Spread di Liquidità
 - Spread di Credito

Best Estimate delle Polizze Rivalutabili: Prestazioni (3 di 3)

- La Struttura dei Rendimenti di Ciascun Titolo deve essere Arbitrage Free:
 - Spread Implicito (Modello Attuariale-Finanziario)
 - Spread di Credito
 - Per Rating dei Titoli
 - Per Singolo Titolo (per esempio CDS)
 - Spread di Liquidità (Componente Residua)
- Modello Attuariale-Finanziario del Rischio di Credito
 - Lo Spread di Credito agisce nell'attualizzazione dei Cash Flow del Titolo (come lo Spread di Liquidità) alla Data di Valutazione ed alle Date di Proiezione Future
 - Lo Spread di Credito agisce anche sulla proiezione del Titolo abbattendo il Nominale di Riferimento:
 - Rescaling dei Redditi (caso di Sopravvivenza)
 - Rescaling della Giacenza Media (caso di Sopravvivenza)
 - Minus da Default (caso di Default del Titolo)
 - Alla Scadenza del Titolo (poco verosimile)
 - Alla Data di Default
 - Ammortizzate fino alla Scadenza del Titolo

Best Estimate delle Polizze Rivalutabili: Opzioni

$CG_t \Rightarrow$ Capitale Rivalutato al Minimo Garantito al tempo t

$\widetilde{CU}_t \Rightarrow$ Capitale Rivalutato al Rendimento della Gestione Separata Senza Garanzie di Minimo al tempo t

Le Formule riportate sono relative solo alla prestazione a Scadenza:

$${}^sBE_0^{Call} = \hat{E}\left\{{}^s p_{0,n} \cdot \text{Max}\{\widetilde{CS}_n - CG_n; 0\} \cdot \tilde{v}_n\right\}$$

$${}^sBE_0^{Put} = \hat{E}\left\{{}^s p_{0,n} \cdot \text{Max}\{\widetilde{CS}_n - \widetilde{CU}_n; 0\} \cdot \tilde{v}_n\right\}$$

Occorre estendere le valutazioni anche alle Opzioni in caso di Decesso e di Riscatto

Best Estimate delle Polizze Rivalutabili: Spese

- E' opportuno sviluppare la Componente relativa ai Caricamenti ed alle Spese all'interno del Modello di ALM:
 - Componenti Variabili
 - Commissioni di Mantenimento
 - Penali espresse in % della Prestazione
 - Spese di Gestione espresse in % delle Masse Gestite o delle Riserve
 - Componenti Fisse
 - Caricamenti sul Premio
 - Provvigioni sul Premio
 - Penali espresse in Importi Fissi
 - Spese di Gestione espresse in Importi Fissi
- Attenzione a dove si fanno confluire i Cash Flow delle Componenti Tecniche

Best Estimate delle Polizze Rivalutabili: Esempio (1 di 2)

- Liability
 - Capitalizzazione a Premio Unico con Durata 5 anni
 - Premio = 100.000€
- Asset
 - Titolo con Durata 5 anni con Cedola Fissa Semestrale al Tasso Nominale del 6,40%
 - Spread Implicito pari circa al 4,40%
- Scenari di Valutazione:
 - 1) Minimo Trattenuto = 0%, Minimo Garantito = 0%, Costi = 0, Mantenimento = 0%, Spread di Default = Spread Implicito, Spread di Liquidità = 0%
 - 2) Minimo Trattenuto = 0%, Minimo Garantito = 0%, Costi = 0, Mantenimento = 0%, Spread di Default = 0%, Spread di Liquidità = Spread Implicito
 - 3) Minimo Trattenuto = 1,40%, Minimo Garantito = 1,50%, Costi = 86€ + 0,5%, Mantenimento = 50%, Spread di Default = Spread Implicito, Spread di Liquidità = 0%
 - 4) Minimo Trattenuto = 1,40%, Minimo Garantito = 1,50%, Costi = 86€ + 0,5%, Mantenimento = 50%, Spread di Default = 0%, Spread di Liquidità = Spread Implicito
- Simulazione Stocastica
- Premio di Illiquidità pari a 0%

Best Estimate delle Polizze Rivalutabili: Esempio (2 di 2)

Scenario	Asset	BE Prestazioni	BE Spese	BE Call	BE Put
1	100.000	100.071	0	9.661	0
2	100.000	120.582	0	30.172	0
3	100.000	97.440	2.024	43	4.058
4	100.000	113.081	4.378	15.684	0

- La modellizzazione dello Spread Implicito come Spread di Default
 - è coerente con una impostazione Arbitrage Free
 - consente di retrocedere le Minus da Default agli Assicurati fino al Minimo Garantito
- La modellizzazione dello Spread Implicito come Spread di Liquidità
 - esigerebbe un'attualizzazione con un adeguato Premio di Rischio
 - la BE delle Opzioni non è coerente con la teoria finanziaria
- Attenzione alla Coerenza con le altre Valutazioni della Compagnia:
 - Rendimenti Prevedibili
 - Liability Adequacy Test
 - ...

Best Estimate delle Polizze Vita Rivalutabili

➤ Punti di Attenzione:

- Non esiste un mercato di riferimento di scambio delle polizze
- Le polizze sono contratti illiquidi
 - Valutazione del Premio di Illiquidità (misura l'Incertezza dei Cash Flow in termini di Importi e Tempi di Esigibilità)
- La Best Estimate della Singola Polizza dipende dal Modello Globale di ALM di tutta la Gestione Separata
- Complessità nella determinazione di un Profit Test Stocastico su un singolo prodotto Stand Alone, a meno di significative approssimazioni
- Complessità nella modellizzazione del comportamento degli assicurati in funzione di variabili di mercato
- Volatilità della Best Estimate in differenti Date di Valutazione

Best Estimate delle Polizze TCM

- La valutazione della Best Estimate può essere fatta al di fuori del Modello di ALM
- La Best Estimate deve essere calcolata al Lordo della Riassicurazione

Best Estimate delle Polizze con Attivi Specifici

- La valutazione della Best Estimate può essere fatta al di fuori del Modello di ALM
- Se il prodotto prevede a Scadenza lo Switch in una Gestione Separata, il Modello di ALM per la valutazione dei prodotti Rivalutabili deve tenere conto anche delle Polizze con Attivi Specifici

Best Estimate delle Unit Linked su Fondi Interni: Prestazioni (1 di 2)

$\tilde{F}_t \Rightarrow$ Valore della quota al tempo t di un generico Fondo Interno senza Commissioni di Gestione; la proprietà di Martingala richiede che:

$$\hat{E}\{\tilde{F}_t \cdot \tilde{v}_t\} = F_0$$

$\tilde{F}_t^* \Rightarrow$ Valore della quota al tempo t di un generico Fondo Interno con Commissioni di Gestione di intensità istantanea pari a g ; dalla proprietà di Martingala si ottiene:

$$\hat{E}\{\tilde{F}_t^* \cdot \tilde{v}_t\} = F_0 \cdot e^{-g \cdot t}$$

- Le proprietà sopra riportate, caratterizzano di fatto la Market Consistency dei prezzi di Modello
- E consentono nella maggior parte dei casi di effettuare la valutazione delle Best Estimate senza dover effettuare una Simulazione Stocastica

Best Estimate delle Unit Linked su Fondi Interni: Prestazioni (2 di 2)

Definiti:

$C_0 = m_0 \cdot F_0 \Rightarrow$ Capitale Iniziale ($m_0 \Rightarrow$ Numero di Quote)

$\widetilde{C}\widetilde{M}_t = (1 + \alpha) \cdot \widetilde{C}_t - PM \Rightarrow$ Prestazione in caso di decesso al tempo t

$\widetilde{C}\widetilde{R}_t = (1 - \beta) \cdot \widetilde{C}_t - PR \Rightarrow$ Prestazione in caso di riscatto al tempo t

$\widetilde{C}\widetilde{S}_n = \widetilde{C}_n - PS \Rightarrow$ Prestazione in caso di scadenza al tempo n

$\widetilde{C}_t \Rightarrow$ Capitale al tempo t

La Best Estimate delle Prestazioni è pari a:

$$\begin{aligned}
 {}_x^sBE_0^P = C_0 \cdot & \left\{ \sum_{t=1}^n {}_x^s p_{0,t-1} \cdot [{}_{x+t-1}^s q_{0,1} \cdot (1 + \alpha) + s_{t-1,t} \cdot (1 - \beta)] \cdot e^{-g \cdot t} + {}_x^s p_{0,n} \cdot e^{-g \cdot n} \right\} \\
 & - \sum_{t=1}^n {}_x^s p_{0,t-1} \cdot ({}_{x+t-1}^s q_{0,1} \cdot PM + r_{t-1,t} \cdot PR) \cdot v_t - {}_x^s p_{0,n} \cdot PS \cdot v_n
 \end{aligned}$$

Best Estimate delle Unit Linked su Fondi Interni: Garanzie (1 di 2)

Nell'eventualità in cui ci siano garanzie di capitale in caso di decesso o in caso di sopravvivenza a scadenza:

$$\begin{aligned}\widetilde{CM}_t &= \text{Max}\{\tilde{C}_t; CMG\} = \tilde{C}_t + \text{Max}\{CMG - \tilde{C}_t; 0\} \\ \widetilde{CS}_n &= \text{Max}\{\tilde{C}_n; CSG\} = \tilde{C}_n + \text{Max}\{CMS - \tilde{C}_n; 0\}\end{aligned}$$

occorre valutare delle Opzioni Put sulla variabile aleatoria Fondo \tilde{F}_t^* : possiamo adottare i risultati noti nell'ambito della Black-Scholes (o modelli equivalenti):

$$\begin{aligned}\text{Max}\{CMG - \tilde{C}_t; 0\} &= \text{Max}\{CMG - m_0 \cdot \tilde{F}_t^*; 0\} \Rightarrow m_0 \cdot \text{Put}\left(0, t; F_0, \frac{CMG}{m_0}\right) \\ \text{Max}\{CMS - \tilde{C}_n; 0\} &= \text{Max}\{CMS - m_0 \cdot \tilde{F}_n^*; 0\} \Rightarrow m_0 \cdot \text{Put}\left(0, n; F_0, \frac{CMS}{m_0}\right)\end{aligned}$$

e probabilizzare opportunamente gli eventi:

$${}^sBE_0^G = m_0 \cdot \sum_{t=1}^n {}^s p_{0,t-1} \cdot {}_{x+t-1}q_{0,1} \cdot \text{Put}\left(0, t; F_0, \frac{CMG}{m_0}\right) + m_0 \cdot {}^s p_{0,n} \cdot \text{Put}\left(0, n; F_0, \frac{CMS}{m_0}\right)$$

Best Estimate delle Unit Linked su Fondi Interni: Garanzie (2 di 2)

La stessa impostazione può essere seguita nel caso di una prestazione in caso di morte comprensiva di un'aliquota aggiuntiva sul controvalore dell'investimento e con un massimale assoluto sulla componente aggiuntiva:

$$\begin{aligned} CM_t &= \text{Min}\{(1 + \alpha) \cdot \tilde{C}_t; \tilde{C}_t + MA\} = (1 + \alpha) \cdot \tilde{C}_t + \text{Min}\{MA - \alpha \cdot \tilde{C}_t; 0\} \\ &= (1 + \alpha) \cdot \tilde{C}_t - \text{Max}\{\alpha \cdot \tilde{C}_t - MA; 0\} \end{aligned}$$

occorre in questo caso valutare delle Opzioni Call sulla variabile aleatoria Fondo \tilde{F}_t^* :

$$\begin{aligned} \text{Max}\{\alpha \cdot \tilde{C}_t - MA; 0\} &= \text{Max}\{\alpha \cdot m_0 \cdot \tilde{F}_t^* - MA; 0\} \\ &\Rightarrow m_0 \cdot \alpha \cdot \text{Call}\left(0, t; F_0, \frac{MA}{m_0 \cdot \alpha}\right) \end{aligned}$$

e probabilizzare opportunamente gli eventi:

$${}^s_xBE_0^G = -m_0 \cdot \alpha \cdot \sum_{t=1}^n {}^s_xp_{0,t-1} \cdot {}_{x+t-1}q_{0,1} \cdot \text{Call}\left(0, t; F_0, \frac{MA}{m_0 \cdot \alpha}\right)$$

Best Estimate delle Unit Linked su Fondi Interni: Spese

Definiti:

$pm \Rightarrow$ intensità istantanea di provvigioni di mantenimento

$CFA \Rightarrow$ costi fissi di amministrazione

$cva \Rightarrow$ intensità istantanea di costi variabili di amministrazione

$CFL \Rightarrow$ costi fissi di liquidazione

$infl \Rightarrow$ intensità istantanea di inflazione dei costi fissi

$$\begin{aligned} {}^s_xBE_0^S &= \sum_{t=1}^n {}^s_xp_{0,t-1} \cdot [CFA + ({}_{x+t-1}^s q_{0,1} + r_{t-1,t}) \cdot CFL] \cdot e^{infl \cdot t} \cdot v_t + {}^s_xp_{0,n} \cdot CFL \cdot e^{infl \cdot n} \cdot v_n \\ &\quad + C_0 \cdot (e^{pm+cva} - 1) \cdot \sum_{t=1}^n {}^s_xp_{0,t} \cdot e^{-g \cdot t} \end{aligned}$$

Best Estimate delle Unit Linked su Fondi Esterni

- **Punti di Attenzione:**
 - Valutazione degli eventuali Rebates
 - Le Commissioni di Gestione dei Fondi Esterni non entrano nella valutazione della Best Estimate
 - Occorre prestare attenzione al Pricing delle Garanzie

Best Estimate Index Linked

➤ Prodotti Ante Regolamento ISVAP 32:

- Prestazioni a Scadenza, in Caso di Decesso ed in Caso di Riscatto collegate al Valore di Mercato del Titolo Strutturato
 - Nel caso di Garanzia di Default retrocessa al Contraente
 - Generalmente le Best Estimate delle Prestazioni e le Best Estimate delle Garanzie sono adeguatamente rappresentate dal Prezzo del Titolo Strutturato
 - Nel caso di Garanzia di Default offerta dalla Compagnia:
 - La Best Estimate è maggiore del Valore di Mercato del Titolo (comprensivo di Spread di Default dell'Emittente)
 - La Best Estimate è minore del Valore di Mercato del Titolo (non comprensivo di Spread di Default dell'Emittente)

➤ Prodotti Post Regolamento ISVAP 32:

- Prestazioni a Scadenza, in Caso di Decesso ed in Caso di Riscatto collegate a Indici di Mercato
- Prestazione in Caso di Decesso almeno pari al Premio Versato
- Necessità di ricondurre la Valutazione delle Best Estimate al Modello Proposto per le Unit Linked con le opportune modifiche